



Математика

Теория чисел

УДК 511.33

Об асимптотических оценках обобщенных пси-функций Чебышёва, ассоциированных с характеристиками Дирихле. Сербул М. А., Вувуникян Ю. М. (ГрГУ им. Янки Купалы). *Вестник Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне.* 2021, т. 11, № 3. С. ... Библ. – 8.

Обобщенная пси-функция Чебышёва, теорема о распределении простых чисел, свертка Дирихле, функция Мангольда, характер Дирихле, преобразование Абеля.

Во введении описаны результаты Адамара, Валле-Пуссена и Сельберга в области распределения простых чисел в натуральном ряду и в арифметических прогрессиях. Поставлена задача обобщения некоторых асимптотических оценок пси-функции Чебышёва с целью использования их для доказательства усиленной теоремы о распределении простых чисел в арифметических прогрессиях методами теории функций вещественной переменной. В основной части изложены основные свойства характеров Дирихле. С использованием описанных свойств получена асимптотическая оценка для сумм вида $\sum_{n \leq x} \chi(n) \ln^i n$, где χ есть неглавный характер. Теорема 1 дает общую оценку для сумм вида $\sum_{n \leq x} \chi(n) f(n)$, где f есть мультипликативная свертка степеней логарифма. Доказательство этой теоремы проведено методом математической индукции, при этом для осуществления индукционного перехода применен обобщенный метод гиперболы Дирихле. С использованием теоремы 1 доказана теорема 2, которая описывает оценку таких сумм для функций произвольного порядка. Для доказательства теоремы 2 использован метод математической индукции. Далее дано определение обобщенной пси-функции Чебышёва степени k , ассоциированной с характером Дирихле χ , которая обозначается через $\psi_k(x, \chi)$. С использованием введенных обозначений и доказанных теорем сформулирована и доказана теорема 3, которая дает рекуррентную оценку обобщенных пси-функций Чебышёва, ассоциированных с неглавным характером. С помощью теоремы 3 доказана теорема 4 об интегральном неравенстве для обобщенных пси-функций Чебышёва, ассоциированных с неглавным характером. Полученные результаты могут быть применены для доказательства усиленной теоремы о распределении простых чисел в прогрессиях, а также в других областях аналитической теории чисел.

Дифференциальные уравнения с частными производными

УДК 517.956.32

Глобальная теорема корректности первой смешанной задачи для модельного телеграфного уравнения со скоростью $a(x, t)$ в полуполосе плоскости. Ломовцев Ф. Е. (БГУ). *Вестник Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне.* 2021, т. 11, № 3. С. ... Библ. – 18.

Модельное телеграфное уравнение, неявные характеристики уравнения, глобальная теорема корректности, классическое решение, критерий корректности.

При выполнении данного исследования были поставлены следующие цели: 1) вычисление явного классического решения первой смешанной задачи для неоднородного модельного телеграфного уравнения с переменной скоростью на отрезке; 2) вывод критерия корректности (по Адамару: существования, единственности и устойчивости по исходным данным) этой первой смешанной задачи на отрезке. Цели работы достигнуты применением предложенного автором нового метода вспомогательных смешанных задач для полуограниченной струны (волнового уравнения на полупрямой) к доказанной ранее автором глобальной теореме корректности вспомогательной первой смешанной задачи для

неоднородного модельного телеграфного уравнения с переменной скоростью на полупрямой. Посредством нового метода вспомогательных смешанных задач для полуограниченной струны (волнового уравнения на полупрямой) выведена явная рекуррентная формула единственного и устойчивого решения первой смешанной задачи для неоднородного модельного телеграфного уравнения с переменной скоростью на отрезке во множестве дважды непрерывно дифференцируемых функций. Этот метод не требует явных продолжений исходных данных смешанных задач. Продолжение в виде рекуррентности только начальных данных вдоль положительной временной оси координат в формулах классического решения предпочтительнее периодических и других продолжений начальных данных и правой части уравнения вдоль всей пространственной оси координат плоскости. Этим новым методом и методом математической индукции доказана глобальная теорема корректности первой смешанной задачи для модельного телеграфного уравнения с переменной скоростью на отрезке. Найден критерий (необходимые и достаточные условия) корректности (однозначной и устойчивой везде разрешимости). Критерий корректности этой смешанной задачи состоит из требований гладкости и шести условий согласования начальных и граничных данных и правой части уравнения. Научная новизна статьи заключена в явных формулах классического решения и критерии корректности первой смешанной задачи для модельного телеграфного уравнения с переменной скоростью на отрезке. Эти новые результаты получены без явных продолжений входных данных смешанной задачи вне множеств их естественного задания. Областью применения полученных результатов служит теория начально-граничных задач для уравнений в частных производных.

Вариационное исчисление и математическая теория оптимального управления

УДК 517.977.1

Расщепление трехтемповых линейных стационарных сингулярно возмущенных систем управления с запаздыванием по состоянию на основе невырожденного преобразования. *Налигама Ч. А., Цехан О. Б.* (ГрГУ им. Янки Купалы). *Вестник Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне.* 2021, т. 11, № 3. С. ... Библ. – 25.

Сингулярно возмущенная система, трехшкальная система, запаздывание, расщепляющее преобразование, декомпозиция.

Во введении описан объект исследования – трехтемповая линейная стационарная сингулярно возмущенная система с параметрами возмущения двух разных порядков величины (малые параметры двух разных порядков при старших производных части переменных) и с запаздыванием в переменных медленного состояния (ТЛССВСЗ). Описаны отличительные особенности (сингулярность, одновременное масштабирование, запаздывание) систем исследуемого типа. Обоснована актуальность изучения таких систем как моделей реального мира, в которых реализуются взаимосвязанные движения с различными скоростями, эффект запаздывания, а также важность построения расщепляющего преобразования как метода декомпозиции и упрощения сложных систем. Описаны известные результаты, связанные с построением невырожденного линейного преобразования типа Чанга для анализа и синтеза систем с множественными временными масштабами. Проведен сравнительный анализ различных подходов к многомерной декомпозиции. Цель исследования – построить невырожденное преобразование для ТЛССВСЗ и получить представление трех независимых подсистем меньших размеров, чем исходная: относительно быстрых, самых быстрых и медленных переменных, на которые расщепляется трехтемповая сингулярно возмущенная система управления с запаздыванием. В основной части исследуемая система введена в двух эквивалентных формах: в пространстве переменных состояния и в матрично-операторной форме. На основе подхода к декомпозиции с использованием двухуровневого расщепляющего преобразования типа Чанга строится невырожденное преобразование, которое последовательно отщепляет в исходной трехтемповой системе три независимые подсистемы. Получены матричные операторные уравнения, которые должны быть решены для разделения подсистем, а также выражения для системных матричных операторов расщепленной системы. В заключении отмечены перспективы применения полученных результатов для построения практически реализуемых итерационных схем вычисления асимптотических приближений расщепленной системы, получения условий наличия у ТЛССВСЗ различных структурных свойств (устойчивости, управляемости, наблюдаемости), а также для построения композитных регуляторов и наблюдателей трехтемповых линейных стационарных сингулярно возмущенных систем с запаздыванием по состоянию.

Теория вероятностей. Математическая статистика

УДК 519.872.5:004.942

Математическая модель компьютерных сетей с антивирусным программным обеспечением. Матальцкый М. А., Копать Д. Я., Науменко В. В. (ГрГУ им. Янки Купалы). *Вестник Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне.* 2021, т. 11, № 3. С. ... Рис. – 1. Библ. – 14.

Марковская G-сеть, вероятности состояний, стационарный режим, антивирусное программное обеспечение, форма произведения вероятностей.

Объектом исследования в настоящей статье является компьютерная сеть с антивирусным программным обеспечением (ПО). Цель исследования – создание математической модели функционирования такой сети в виде сети массового обслуживания (СеМО) с системами с контрольными очередями и лечением в стационарном режиме, а также нахождение стационарных вероятностей состояний этой сети в форме произведения вероятностей состояний узлов сети. Во введении статьи описана компьютерная сеть с антивирусным программным обеспечением (ПО) и ее математическая модель функционирования – сначала для отдельного компьютера такой сети, а затем для целой сети. В основной части рассмотрена математическая модель функционирования компьютера в данной сети, которая представима в виде трех систем массового обслуживания (СМО), из них первая и третья являются однолинейными экспоненциальными СМО, а вторая – G-СМО. Первая СМО соответствует проверке поступивших на обработку файлов на наличие вирусов, вторая – обработке файлов, а третья – лечению файлов. В первой СМО учитывается возможность ошибочного определения вредоносного файла. Далее проведено исследование данного узла в стационарном режиме с учетом ранее полученных результатов по анализу G-сетей. Для отдельного компьютера выведена система разностно-дифференциальных уравнений (РДУ) Колмогорова для его вероятностей состояний. С ее помощью получено соотношение, которому удовлетворяют вероятности состояний узла сети в стационарном режиме, и доказана его квазиобратимость. Затем происходит склеивание данных узлов в открытую сеть, вероятности состояний которой находятся в форме произведения. В заключении приведены возможности использования данных результатов для анализа информационно-телекоммуникационных систем и сетей (ИТСС) и указаны направления дальнейших исследований.



Физика

Радиофизика

УДК 537.87

Особенности распределения внутреннего поля для диэлектрических цилиндров конечной длины. Ковтун-Кузьель В. А., Ситкевич Т. А. (ГрГУ им. Янки Купалы). *Вестник Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне.* 2021, т. 11, № 3. С. ... Рис. – 5. Библ. – 8.

Распределение внутренних полей, диэлектрические цилиндры, коэффициент усиления поля, дифракционный параметр, индикатриса рассеяния.

Во введении представлена перспектива использования упорядоченных структур, в которых масштаб упорядоченности сравним с длиной волны электромагнитного излучения, рассмотрена возможность управления функциональными свойствами данных структур за счет регулирования коллективных электродинамических взаимодействий. Целью работы являлось исследование особенностей распределения внутреннего поля для диэлектрических цилиндров конечной длины. В основной части статьи представлены описание формализма объемного интегрального уравнения для проведения численного исследования распределения внутренних полей (РВП) единичного цилиндра и результаты исследования РВП для изучаемой частицы. Показано, что распределение внутреннего поля в цилиндрах неоднородно, для инверсного случая, также как и для прямого, наблюдается немонотонное изменение

интенсивности внутреннего поля по длине цилиндра. Период модуляций в инверсных цилиндрах выше, чем в соответствующих им прямых цилиндрах. Также представлены индикатрисы рассеяния исследуемых объектов. Установлено, что трансформация индикатрисы вызвана увеличением дифракционных параметров ρ_d от 1,05 до 1,8 и ρ_l от 15,7 до 27,1, определяющих «оптические» размеры частицы, при изменении показателя преломления окружающей среды; при увеличении длины волны падающего излучения интенсивность индикатрис рассеяния уменьшилась почти в 2 раза; также наблюдалось смещение вторичных максимумов в область больших углов. В заключении обобщены результаты исследования, которые могут быть использованы для совершенствования эффективности управления частотными и угловыми характеристиками мезоскопических пористых и столбчатых материалов, применяемых в оптоэлектронике, лазерной физике, СВЧ-технике для целей развития средств оптической коммуникации и связи, функциональных покрытий, световодов, микрорезонаторов и других элементов.

Оптика

УДК 535.42

Структура поля при дифракции гауссова лазерного пучка на прямых краях: экспериментальное наблюдение, демонстрирующее пределы применимости интеграла Френеля–Кирхгофа. *Зейликович И. С., Никитин А. В.* (ГрГУ им. Янки Купалы). *Вестник Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне.* 2021, т. 11, № 3. С. ... Рис. – 6. Библ. – 15.

Гауссов лазерный пучок, структура поля, ближнее поле, дифракция, интеграл Френеля–Кирхгофа.

Во введении указан объект исследования – проверка интеграла Френеля–Кирхгофа для гауссова пучка. Целью данной работы является экспериментальное исследование структуры поля при дифракции гауссова лазерного луча на прямых краях. Введение представляет собой обзор некоторых работ, описывающих валидацию приближения Кирхгофа для гауссова пучка. В основной части представлено необычное экспериментальное наблюдение образования и распространения пространственных структур при дифракции гауссова лазерного луча в теневых областях прямых краев, не имеющих аналогов, рассчитанных с использованием интеграла Френеля–Кирхгофа. Экспериментально исследована дифракция гауссова лазерного луча на прямолинейных кромках (прямая кромка, щель и прямая кромка полосы) в плоскости этих отверстий. Эксперимент проводился с использованием кругового лазерного луча с малой угловой расходимостью, диаметром луча 5 мм и длиной волны 0,65 мкм. Наблюдаемая световая структура распространялась в теневую область по линиям потока электромагнитной энергии. Если дифракция на прямой кромке дает пространственную структуру, типичную для каустики с выступом, то пространственные структуры, образованные дифракцией на щели и на полосе, не имеют аналогов, рассчитанных с использованием интеграла Френеля–Кирхгофа. Интеграл Френеля–Кирхгофа не может правильно представить дифракционную картину, состоящую из каустики, имеющей форму клюва. Кроме того, дифракционные картины, полученные в ходе экспериментов, ясно демонстрируют, что граничные условия Кирхгофа не подходят для экспериментальных результатов, и ясно, что интеграл Френеля–Кирхгофа, применяемый для расчета комплексной амплитуды, не может дать дифракционные картины, наблюдаемые в эксперименте на расстояниях, меньших, чем несколько сантиметров от апертуры. Теоретический анализ показывает пределы применения приближения Френеля. Например, для размера апертуры порядка 1 мм это приближение применимо для расстояний более 1 см от апертуры до плоскости наблюдения. Документ завершается разделами, посвященными обсуждению и заключению.

УДК 535.371/547.681:547.458.68

Особенности ферстеровского переноса энергии электронного возбуждения между молекулами бензотиазоловых красителей при их встраивании в амилоидные фибриллы. *Маскевич А. А.* (ГрГУ им. Янки Купалы). *Вестник Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне.* 2021, т. 11, № 3. С. ... Табл. – 2. Рис. – 6. Библ. – 41.

Тиофлавин Т, стироловые производные тиофлавина Т, кинетика затухания флуоресценции, амилоидные фибриллы, ферстеровский резонансный перенос энергии (FRET), метод максимума энтропии (МЭМ).

Во введении обоснованы актуальность и основная цель выполненного исследования. Дана характеристика объекта исследования – новой стироловой производной тиофлавина Т (ThT) 3-сульфопропил-5-метокси-2-[3-(3,5-диэтил-2-бензотиазолидене)-1-пропиенил]-бензотиазолия (Th-C11). Подробно описана методика спектральных исследований и анализа экспериментальных данных. В основной части работы приведены результаты исследований спектров и

длительности затухания флуоресценции красителя в водных растворах, а также в присутствии в растворе бычьего сывороточного альбумина (БСА) и амилоидных фибрилл (АФ). Установлено, что причиной значительного увеличения квантового выхода и длительности затухания флуоресценции в присутствии в растворе АФ является встраивание красителя в структуру биополимера, при котором происходит полное ограничение торсионной релаксации, являющейся тушащим флуоресценцию процессом. Кинетика затухания флуоресценции Th-C11 при встраивании в АФ является не экспоненциальной и может быть представлена в виде одномодального распределения флуорофоров по длительности $\alpha(\tau)$. Показано, что ThT и Th-C11 при встраивании в структуру АФ образуют эффективную донорно-акцепторную (D-A) пару. Несмотря на перенос энергии, степень поляризации флуоресценции акцептора имеет высокие значения ($\sim 0,4$) в пределах всего спектра, что объяснено особой ориентацией D-A пар – параллельной и антипараллельной. На основании измерения спектра флуоресценции донора (ThT) и спектра поглощения акцептора (Th-C11) рассчитан критический радиус переноса энергии R_0 , который может принимать значения от 26 до 40 Å в зависимости от взаимной ориентации и квантового выхода D и A. В результате анализа кинетики затухания флуоресценции D установлено, что распределение по расстояниям в донорно-акцепторных парах $\rho(r)$ имеет выраженный максимум при $r \approx 1,05 R_0$. Научная новизна работы состоит в том, что впервые показано, что тиофлавин Т и его стирильные производные, имеющие длинноволновое положение спектров поглощения и флуоресценции, являются эффективными донорно-акцепторными парами и могут быть использованы для исследования структуры АФ и процессов их образования.

Физика конденсированного состояния

УДК 616:577.35

Степень гидратации биологических объектов, измеренная методом биоимпедансного анализа. *Жарнова О. А., Башун Н. З., Жарнова В. В., Чекель А. В.* (ГрГУ им. Янки Купалы). *Вестник Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне.* 2021, т. 11, № 3. С. ... Рис. – 3. Библ. – 6.

Электрический импеданс, электрическая модель, объем внутриклеточной жидкости, эквивалентные схемы замещения, биоимпедансный векторный анализ (БИВА), программное обеспечение.

Во введении указан объект исследования – распространения переменного электрического тока по биологическим тканям и средам человека на частотах 5 и 50 кГц для возрастной категории от 18 до 36 лет. Цель исследования – экспериментальное определение параметров состава тела человека и создание программного обеспечения для обработки данных эксперимента. В программе представлен метод определения степени гидратации организма человека, а также графический метод векторного анализа измеренного биоимпеданса. В основной части описан способ определения активного и реактивного сопротивлений тканей электрическому току биологических объектов на частотах 5 и 50 кГц, полученных биоимпедансным методом. Приведена трехэлементная электрическая модель отдельных сегментов организма человека. С использованием полученных данных активных сопротивлений на частоте 50 кГц было определено регрессионное уравнение, определяющее связь сопротивления биологических объектов на частоте 50 кГц с внеклеточным содержанием жидкости. Показано, что эта связь для рассматриваемой возрастной, половой и популяционной категории может быть представлена степенной зависимостью. В случае степенной зависимости коэффициент корреляции между активным сопротивлением и внеклеточной жидкостью составляет $r_{mc} = 0,92$. Создан программный пакет для графического представления методики и интерпретации результатов векторного анализа биоимпеданса, который определяет степень гидратации организма человека и сравнивает с нормой для каждой возрастной, половой и популяционной группы населения. В заключении представлены выводы о полученных экспериментальным способом активных сопротивлениях для возрастной категории от 18 до 36 лет. Разработанное программное обеспечение может быть применено на практике для определения содержания жидкости в организме с помощью биоимпедансного анализа. Предлагаемый метод является простым и удобным в исполнении и может применяться в медицинской практике при исследовании степени гидратации внутренних органов.

УДК 541.15

Кинетика электроосаждения тройных и бинарных сплавов на основе цинка в поле ионизирующего излучения. *Валько Н. Г.* (ГрГУ им. Янки Купалы). *Вестник Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне.* 2021, т. 11, № 3. С. ... Табл. – 1. Рис. – 5. Библ. – 11.

Сплавы цинка, рентгеновское излучение, скорость осаждения, радиоллиз, поляризационная кривая, ток насыщения.

Представлены результаты исследования влияния рентгеновского излучения на кинетику электроосаждения защитных сплавов на основе цинка с металлами группы железа. Объектами исследования служили покрытия ZnNiCo, ZnCo, ZnNi, осажденные на низкоуглеродистую сталь 08кп при воздействии рентгеновским излучением на электролит в процессе формирования покрытий. Во введении отмечена актуальность исследования, которая обусловлена необходимостью разработки и внедрения в производство новых методов модификации защитных электролитических покрытий на основе цинка, а также новых способов формирования слоев, широко используемых в различных отраслях промышленности, с повышенными эксплуатационными свойствами. В основной части представлены результаты исследования кинетики электрокристаллизации покрытий ZnNiCo, ZnCo, ZnNi в поле рентгеновского излучения, в частности данные, полученные при изучении скорости электроосаждения, а также результаты полярографических исследований. Обнаружено, что действие рентгеновского излучения в процессе электроосаждения тройных и бинарных сплавов цинка с металлами группы железа приводит к формированию сплошных покрытий с пониженным содержанием пор при повышенных скоростях электрокристаллизации. Сравнительный анализ полярографических кривых, полученных в процессе электроосаждения при облучении, показал, что полярограммы, соответствующие облучаемым покрытиям, в сравнении с полярограммами контрольных образцов отличаются повышенными током насыщения и углом наклона, что указывает на увеличение скорости восстановления металла на катоде, обусловленное интенсификацией массопереноса при воздействии рентгеновским излучением. Показано, что потенциал электрода, который характеризует величину скорости процесса при заданном составе электролита, у облучаемых образцов смещается в более электроотрицательную область, что связано в первую очередь с радиационно-химическими реакциями в облучаемом рентгеновским излучением электролите, вследствие которых в нем образуются продукты радиоллиза, взаимодействующие с растворенным веществом, что способствует формированию покрытий с модифицированной структурой.

Физика и технология наноструктур, атомная и молекулярная физика

УДК 537.528+533.9.07

Физико-технологические подходы получения наноструктур различной морфологии и состава в процессах электрического взрыва проводников в жидкостях. *Зноско К. Ф., Тарковский В. В.* (ГрГУ им. Янки Купалы). *Вестник Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне.* 2021, т. 11, № 3. С. ... Рис. – 6. Библ. – 19.

Наноструктура, электрический взрыв проводников, атомно-силовая микроскопия, наносuspension, габитус, размерные характеристики наноструктур.

Объектом исследования являются процессы и установки для получения наноструктур методами, использующими плазменное состояние вещества, а также частиц наноразмерного уровня, синтезированных в них. Актуальность работы обусловлена отсутствием систематизированных экспериментальных результатов по изучаемой теме, а также необходимостью развития и совершенствования плазменных технологий получения наноструктурированных материалов. Целью работы является исследование физико-технологических процессов получения наноструктур различной морфологии и состава в плазме, образованной электрическим взрывом проводников в жидкости. Во введении представлен краткий обзор литературы, описывающий основы электрического взрыва проводников и перспективы его применения для синтеза наноструктур. В основной части работы описана экспериментальная установка для синтеза наноструктур в плазме, образованной электрическим взрывом образцов меди и алюминия в дистиллированной воде. Изложена методика проведения экспериментальных исследований, рассмотрены результаты изучения габитуса и размерных характеристик полученных частиц. Произведен анализ экспериментальных данных, полученных методом атомно-силовой микроскопии, для определения габитуса и размеров продуктов, сформированных в плазме электрического взрыва образцов меди и алюминия в дистиллированной воде. Выявлено, что преимущественно образуются частицы размером до 60 нм. Доля частиц больше 100 нм невелика. Установлены зависимости размеров наноструктур, полученных в плазме электрического взрыва образцов меди и алюминия в дистиллированной воде, от количества последовательно разрушенных образцов в одном объеме воды. Показано, что с ростом их числа доля низкоразмерных частиц уменьшается, а доля частиц больше 100 нм увеличивается. В заключении сформулированы выводы о проделанной работе.



Информатика,

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Математическое и компьютерное моделирование систем и процессов

УДК 519.872.5

Асимптотическое исследование марковской сети массового обслуживания с ненадежными восстанавливаемыми приборами. Русилко Т. В., Сальников Д. А. (ГрГУ им. Янки Купалы). Вестник Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. 2021, т. 11, № 3. С. ... Рис. – 10. Библ. – 14.

Теория массового обслуживания, марковская сеть массового обслуживания, ненадежный восстанавливаемый обслуживающий прибор, асимптотический анализ.

Большинство исследований теории сетей массового обслуживания проводится в предположении, что обслуживающие приборы в узлах сети обладают абсолютной надежностью и никогда не выходят из рабочего состояния. Очевидно, что такое допущение идеализирует реальные системы. Естественным образом возникает важная задача учета влияния порчи обслуживающих приборов на эффективность отдельных узлов и сети в целом. Объектом исследования в статье является замкнутая марковская сеть массового обслуживания с многолинейными узлами и ненадежными восстанавливаемыми линиями обслуживания. Целью работы является асимптотическое исследование сети в случае большого числа заявок в ней. Состояние сети определяется двумя случайными процессами: процессом изменения числа исправных линий и процессом изменения числа заявок в системах сети массового обслуживания. В статье впервые предложено использовать процесс гибели и размножения для моделирования числа исправных линий в системах сети в случае показательного распределения срока их службы и времени их восстановления. Данный подход позволяет рассчитывать вероятности, среднее и вариацию числа исправных линий в узлах сети. В асимптотическом случае большого числа заявок доказано, что плотность распределения процесса изменения числа заявок в узлах сети удовлетворяет дифференциальному уравнению в частных производных второго порядка, известному как уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова. С использованием метода характеристических функций получена система обыкновенных дифференциальных уравнений для моментов первых двух порядков этого процесса. Рассмотрены примеры расчета, результаты которых иллюстрируют динамику среднего и вариации числа исправных линий и заявок в узлах сети, а также позволяют установить коррелирующие узлы на основе анализа парной корреляции числа заявок в разных узлах.

УДК 004.10:519.872

Нахождение ожидаемых доходов систем в G-сети с контрольной и карантинной очередями. Косарева Е. В., Копать Д. Я. (ГрГУ им. Янки Купалы). Вестник Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. 2021, т. 11, № 3. С. ... Рис. – 2. Библ. – 9.

Ожидаемые доходы, антивирусное программное обеспечение, компьютерная сеть, G-сеть, среднее число заявок в системах сети.

Объектом исследования в данной статье является компьютерная сеть (КС) с установленным антивирусным программным обеспечением (ПО) в каждом компьютере сети. Данная КС исследована с помощью ее математической модели – G-сети с системами с контрольными и карантинными очередями. Целью работы является нахождение зависящих от времени ожидаемых доходов систем сети. В первой части статьи приведено описание такой стохастической модели сети в случае, когда заявки, поступившие в системы сети, проходят проверку на стандартность и в случае успешной проверки переходят на обслуживание. Если заявка не прошла проверку на стандартность, то она переходит в карантин на лечение; в случае успешного лечения заявка попадает в очередь на обслуживание, в противном случае –

покидает сеть. Проверка заявок на обслуживание не является надежной: с определенной вероятностью отрицательная заявка может попасть в очередь на обслуживание и удалить одну положительную заявку. Во второй части статьи приведены системы дифференциальных уравнений (ДУ) для среднего числа положительных и отрицательных заявок в контрольной очереди системы, а также среднего числа заявок в карантине и на обслуживании. Также получены выражения для ожидаемых доходов систем сети. Рассчитан модельный пример, иллюстрирующий решение данных систем ДУ для случая функционирования систем сети в режиме насыщения. Полученные результаты могут быть использованы при прогнозировании доходов в КС с установленным антивирусным ПО.

УДК 004.9

Исследование в переходном режиме сети с ненадежными системами обслуживания и ограниченным временем ожидания разнотипных заявок. *Статкевич С. Э.* (ГрГУ им. Янки Купалы). *Вестник Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне.* 2021, т. 11, № 3. С. ... Библ. – 9.

Сеть массового обслуживания, ненадежные системы, ограниченное время ожидания, разнотипные заявки, метод производящих функций.

Объектом исследования в данной статье являются открытые стохастические сети массового обслуживания с многолинейными ненадежными системами обслуживания, ограниченным временем ожидания заявок в очередях систем сети и разнотипными заявками. Цель работы – получение приближенных выражений, позволяющих находить вероятностно-временные характеристики указанных сетей в переходном режиме. При получении выражений использован метод многомерных производящих функций. Во введении описаны области, в которых могут применяться сети массового обслуживания с указанными особенностями, обоснована актуальность работы. В основной части приведено доказательство леммы о системе разностно-дифференциальных уравнений, решение которой позволяет находить вероятности состояний рассматриваемой сети. Также приведено доказательство трех теорем о выражении производящей функции. При получении выражений предполагается, что системы сети функционируют в режиме высокой нагрузки. Параметры поступления, обслуживания разнотипных заявок, ожидание их в очередях систем сети, а также параметры исправной работы линий обслуживания и восстановления неисправных зависят от времени. В результате получены выражения для нахождения вероятностей состояний сети, среднего числа исправных линий обслуживания и среднего числа заявок каждого типа (в очереди и на обслуживании) в системах сети. Получены следующие основные результаты: исследована стохастическая открытая сеть массового обслуживания с ненадежными системами обслуживания и ограниченным временем ожидания разнотипных заявок в очередях систем сети. Результаты работы могут быть использованы при моделировании различных систем документооборота, стационарных компьютерных сетей, беспроводных локальных сетей, автоматических и автоматизированных систем.

УДК 519.872.5

Асимптотический анализ G-сети с многолинейными системами обслуживания. *Копать Д. Я.* (ГрГУ им. Янки Купалы). *Вестник Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне.* 2021, т. 11, № 3. С. ... Рис. – 2. Библ. – 6.

G-сеть, переходный режим, асимптотический анализ, многолинейные системы обслуживания, среднее число заявок.

Во введении указан объект исследования статьи – G-сети с многолинейными системами массового обслуживания (СМО), приведен краткий обзор литературы, иллюстрирующий отсутствие изучения такой сети в стационарном режиме, что указывает на новизну данного исследования. Время обслуживания заявки каждой линией обслуживания (ЛЮ) имеет экспоненциальное распределение с параметрами, различными для каждой системы. Целью работы является получение выражений для среднего числа заявок в системах сети. Для ее достижения в основной части статьи выведена система разностно-дифференциальных уравнений (РДУ) для нестационарных вероятностей состояний, для решения которой предложено использовать диффузионную аппроксимацию при большом, но ограниченном числе функционирующих в системе заявок. Доказано, что плотность распределения удовлетворяет уравнению Колмогорова–Фоккера–Планка с коэффициентами, указанными в статье. Как известно, с помощью данного уравнения можно получить и решить дифференциальные уравнения (ДУ) для нахождения любых характеристик числа заявок в системах сети. С помощью компьютера рассчитаны модельные примеры в двух случаях функционирования объектов в информационных системах и

сетях (ИСС): функционирование в режиме низкой нагрузки и сеть с центральной СМО. Пример на случай функционирования сети в режиме насыщения не приведен, так как решение данной системы находится аналитически, причем выражения для среднего числа заявок достаточно компактны. Полученные результаты могут быть применены при моделировании действия компьютерных вирусов или DDoS-атак в ИСС, что является полезным для IT-компаний. В заключении отмечены направления дальнейших исследований по данной тематике.

АННОТАЦИИ ДЕПОНИРОВАННЫХ В ГРГУ ИМ. ЯНКИ КУПАЛЫ РАБОТ

УДК 51+004

От Альфа к Омеге... [Электронный ресурс] : сб. материалов XI Респ. науч.-практ. конф.-конкурса науч.-исслед. работ учащихся средних, средних спец. учебных заведений и студентов вузов «От Альфа к Омеге...» (с междунар. участием) / ГрГУ им. Янки Купалы ; редкол.: А. Н. Метлицкий (гл. ред.), А. Г. Дейцева, Е. А. Сетько. – Электрон. текстовые данные. – Гродно : ГрГУ им. Янки Купалы, 2021. – 176 с.: 75 рис. на 49 с., 40 табл. на 16 с. – Загл. с экрана. – Режим доступа : <https://elib.grsu.by/doc/71831>. – № 0002/18062021. Деп. в ГрГУ им. Янки Купалы 18.06.2021.

В сборнике материалов XI Республиканской научно-практической конференции-конкурса научно-исследовательских работ учащихся средних, средних специальных учебных заведений и студентов вузов «От Альфа к Омеге...» (с международным участием) представлены результаты научно-практических, научно-исследовательских, творческих и экспериментальных работ школьников и студентов учреждений высшего образования по следующим направлениям: алгебра, геометрия и математический анализ; прикладная математика; компьютерные науки и программирование. Сборник адресуется учащимся средних, средних специальных учебных заведений и студентам учреждений высшего образования, учителям и преподавателям, специалистам в области математики и современных информационных и коммуникационных технологий.